QCM :

1) $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = -\infty$

2) f(2)=3 et f(5)=1

3) admet au moins une solution dans $[-2,5]$

VRAI-FAUX :

1) (vrai)

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} f(-x) = \lim\limits_{X\to-\infty} f(X) = -\infty$

2) (faux)

contre exemple : f(x)=x

f est croissante sur $\mathbb{R}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$

3) (faux)

contre exemple : $f(x)=\frac{1}{x}$; $D_f = \mathbb{R}^*$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = 0$

f n'est pas bornée

($\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = +\infty$)

4) (faux)

contre exemple : $f(x)=\frac{\sin x}{x}$; $D_f = \mathbb{R}^*$

$\lim\limits_{x\to0} f(x) = 1$

$\Delta : x = 0$ n'est pas une asymptote à (ζ_f)

5) (faux)

contre exemple : f(x)=4+sinx

$g(x)=3-\frac{1}{1+x^2}$; $h(x)=5+\frac{1}{1+x^2}$

on a : $g(x) \le f(x) \le h(x)$

$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = 3$; $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x) = 5$

mais f n'a pas de limite en $+\infty$

EX 1 :

pour x>0 on a : $f(x)=\frac{x}{x}\sqrt{2x} = \sqrt{2x}$

pour x<0 on a : $f(x)=-\sqrt{-2x}$

$f(0) = 0$

$$f(x) = \begin{cases} \sqrt{2x} & \text{si } x \ge 0 \\ -\sqrt{-2x} & \text{si } x \le 0 \end{cases}$$

* $\lim\limits_{x\to0^+} f(x) = \lim\limits_{x\to0^+} \sqrt{2x} = 0 = f(0)$

$\lim\limits_{x\to0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to0^-} -\sqrt{-2x} = 0 = f(0)$

f est continue en 0

* la fonction : $x \mapsto 2x$ est continue et positive sur $]0,+\infty[$

d'où f est continue sur $]0,+\infty[$

* de meme f est continue sur $]-\infty,0[$

conclusion : f est continue sur $\mathbb{R}$

EX 2 :

• la fonction : $x \mapsto 1+\frac{1}{x-2}$ est continue sur $\mathbb{R}/\{2\}$

(fonction rationnelle)

• la fonction : $x \mapsto x-2$ est continue sur $\mathbb{R}$

en particulier sur $\mathbb{R}/\{2\}$

d'où la fonction : $x \mapsto |x-2|$ est continue sur $\mathbb{R}/\{2\}$

par suite f est continue sur $\mathbb{R}/\{2\}$

* continuité en 2 : f(2)=1

pour x>2 on a : $f(x)=(1+\frac{1}{x-2})(x-2)$

$f(x) = x-1$

$\lim\limits_{x\to2^+} f(x) = \lim\limits_{x\to2^+}(x-1) = 1 = f(2)$

pour x<2 : $f(x)=(1+\frac{1}{x-2})(-x+2) = -x+1$

$\lim\limits_{x\to2^-} f(x) = \lim\limits_{x\to2^-}(-x+1) = -1 \ne f(2)$

f n'est pas continue en 2

Qarray.tn -Aqra Blech- Qarray.tn